

ВИЩЕ ПРОФЕСІЙНЕ УЧИЛИЩЕ № 34 м. ВІНОГРАДІВ

# Матеріали

*для обласного конкурсу методичної розробки уроку з математики «Мій відкритий урок»*

*з теми: «Тіла обертання.»*

**Розробив: викладач ВПУ № 34 м. Виноградів**

**Пилип Михайло Михайлович**



**Виноградів - 2020**



***Пилип Михайло Михайлович***, викладач інформатики та математики вищої категорії, "старший викладач".

**Освіта:** вища, закінчив Ужгородський державний університет у 1991 році за спеціальністю "Математика, викладач математики".

Стаж роботи на посаді викладача у Вищому професійному училищі №34 м. Виноградів - 29 років.

Матеріали, розглянуто та схвалено методичною комісією природничих дисциплін ВПУ № 34 м. Виноградів, протокол № 1 від 31.09.2020 р.

## Методичні рекомендації

до розробки уроку з математики, представлену викладачем ВПУ № 34 м. Виноградів Пилип Михайлом Михайловичем з теми: «Тіла обертання».

Запропонована методика проведення уроку математики розрахована на здобувачів освіти різних спеціальностей і відповідає рекомендованому рівню стандарту.

Вивчення теми «Тіла обертання» логічно завершити підсумковим уроком розв'язування задач, який я рекомендую провести у формі гри. Як показує практика, такий урок у повній мірі дає можливість розкрити творчий потенціал групи та кожного її учасника. Науковцями і практиками визнано, що розвиток особистісних якостей і певних компетентностей особистості здобувача освіти є найбільш ефективним, якщо у навчально-виховному процесі використовуються інтерактивні форми і методи. Уроки-конкурси найбільше подобаються здобувачам освіти викликають у них творчий і змагальний інтерес.

Основна дидактична мета і завдання уроку цілком логічно впливають із його місця в темі. Оскільки він є останнім, підсумковим, то увагу слід акцентувати на повторенні, узагальненні і систематизації знань зокрема: означення тіл обертання та їх елементів, формули для знаходження об'ємів, площ поверхонь. Таке формулювання мети створює відповідну мотивацію здобувачів освіти.

Урок можна розпочати з традиційного фронтального опитування у вигляді конкурсу-розминки, за запитаннями до теми. Інші етапи проводяться у формі групової роботи, для самостійного формулювання та випробовування схеми дій при розв'язуванні типових завдань, що будуть винесені на контроль. Такими можуть бути задачі на:

- ✓ знаходження невідомих елементів циліндра;
- ✓ знаходження невідомих елементів конуса або кулі(сфери);
- ✓ застосування поняття перерізів конуса;
- ✓ застосування поняття перерізів циліндра;
- ✓ залежність об'ємів та площ поверхонь від зміни параметрів тіл, тощо.

Підсумком уроку узагальненні і систематизації знань є, по-перше, складання узагальненої схеми дій при розв'язку типових задач, по-друге, виконання учнями частини свідомої розумової діяльності (рефлексії) і усвідомлення особистих успіхів та, найголовніше, - проблем, над якими слід ще попрацювати.

*«...навчання корінь гіркий, та плід солодкий.»*

*Леонардо да Вінчі*

**Тема.** Тіла обертання.

**Вид уроку:** «Урок-гра».

**Тип уроку:** Узагальнення, систематизація та поглиблення знань.

**Методи:** Словесні, наочні, проблемні, пошуково-практичні, інтерактивні.

**Мета уроку:**

- **навчальна:** узагальнення, систематизація та поглиблення набутих теоретичних знань здобувачів освіти з розділу «Тіла обертання», зокрема означення тіл обертання та їх елементів, формули для знаходження об'ємів, площ поверхонь;
- **розвиваюча:** формувати навички та вміння розв'язувати задачі, розвивати логічне мислення, пам'ять, просторову уяву, вміння самостійного опрацювання навчального матеріалу;
- **виховна:** виховувати культуру мовлення, активність, формувати культуру колективної роботи та відповідальність.

**Форми організації пізнавальної діяльності:** індивідуальна, колективна.

**Матеріально - технічне забезпечення:**

- система мультимедіа;
- підручники;
- презентація;
- демонстраційний матеріал за темою уроку;

**Міжпредметні зв'язки:** виробниче навчання, креслення, фізика, інформаційні технології.

## Перебіг уроку

### I. Організаційний етап.

Оголошення теми і форми проведення уроку, повідомляється мета : узагальнення, систематизація та поглиблення набутих теоретичних знань з теми.

Навчальна група ділиться на дві команди (8–10 учасників), які розміщуються за партами, зсунутими по чотири разом. Команди обирають капітанів. Решта учнів знаходяться у кінці кабінету, у ролі груп підтримки. Викладач виступає у ролі ведучого: представляє членів журі і реєстратора, який веде облік досягнень за допомогою таблиці (Додаток 1), що проектується на екран.

### II. Конкурс «Представлення команд».

Максимальна оцінка за представлення – 5 балів.

### III. Конкурс «Розминка».

Запитання пропонуються по черзі конкретним учасникам обох команд. Якщо відповідає той, кому адресується питання, то за правильну відповідь його команда отримує 2 бали. Якщо він не знає відповіді, то відповіді може інший член цієї команди, і тоді команда отримує 1 бал.

#### *Запитання*

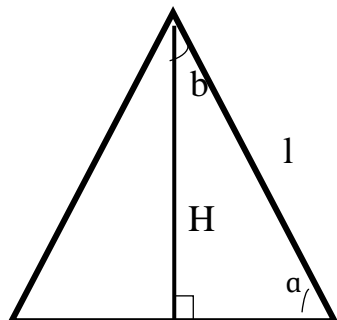
1. Сформулюйте означення циліндра.
2. Сформулюйте означення конуса.
3. Що називають висотою конуса?
4. Що називають твірною циліндра?
5. Що називають кулею?
6. Що таке кульовий сегмент?
7. Що називають осьовим перерізом циліндра?
8. Чим є осьовий переріз конуса?
9. Формула для знаходження об'єму кулі?
10. Формула для знаходження площі бічної поверхні конуса?
11. Формула для знаходження об'єму циліндра?
12. Формула для знаходження об'єму кульового сектора?

### IV. Конкурс «Хто швидше».

У конкурсі задачі розв'язуються усно за готовими малюнками. Задачі пропонують одночасно обом командам. Команда яка швидше дає

відповіді, отримує 2 бали. У випадку неправильної відповіді, інша команда може дати відповідь і отримати 1 бал додатково.

**Задача 1.** В осьовому перерізі конуса  $R$  – радіус конуса,  $H$  - висота,  $l$  - твірна,  $\alpha$  - кут нахилу твірної до площини основи,  $b$  - кут між твірною та висотою.



а) За відомими  $R$  та  $\alpha$  знайти площу бічної поверхні.

$$\frac{\pi r^2}{\cos \alpha}$$

б) За відомими  $R$  та  $\alpha$  знайти об'єм конуса.

$$\frac{1}{3} \pi r^3 \operatorname{tg} \alpha$$

в) За відомими  $l$  та  $H$  знайти об'єм конуса.

$$\frac{1}{3} \pi h(l^2 - h^2)$$

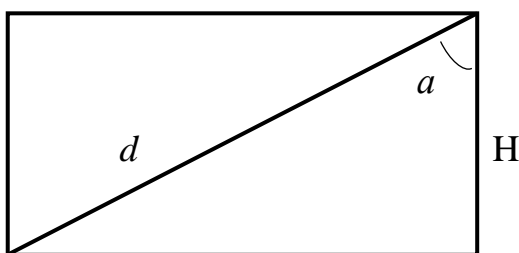
г) За відомими  $l$  та  $b$  знайти площу бічної поверхні.

$$\pi l^2 \sin b$$

д) За відомими та знайти об'єм конуса.

$$\frac{1}{3} \pi l^3 \sin^2 b \cos b$$

**Задача 2.** На зображенні розгортки бічної поверхні циліндра  $d$  - діагональ цієї розгортки,  $h$  - висота циліндра,  $c$  - довжина кола основи,  $a$  - кут між діагоналлю розгортки та висотою циліндра.



С

а) За відомими  $c$  та  $h$  знайти об'єм циліндра.

$$\frac{c^2 h}{4\pi}$$

б) За відомими  $d$  та  $\alpha$  знайти об'єм циліндра.

$$\frac{d^3 \cos \alpha}{4\pi}$$

**Задача 3.** Як зміниться об'єм циліндра, якщо:

а) Висоту і радіус збільшити у три рази?

*(збільшиться у 27 раз)*

б) Висоту збільшити, а радіус зменшити у три рази?

*(зменшиться у 3 рази)*

**Задача 4.** Діагональ осьового перерізу циліндра взаємно перпендикулярні. Периметр перерізу дорівнює  $8a$ . Знайти площу бічної поверхні.

$$(2\pi a^3)$$

**V. Конкурс «Двобій між командами».**

Проводиться тестування, тривалістю до 10 хв. Кожна правильна відповідь -1 бал. Кількість балів, набрана кожною командою ділиться на 5.

**Тестові завдання**

*(правильні відповіді виділено \*)*

1) Об'єми двох циліндрів відносяться як 27:64. Яке відношення їх радіусів?

а) 9 : 16

б) 27 : 64

в) \* 3 : 4

2) У скільки разів збільшиться поверхня кулі, якщо її радіус збільшиться у 3 рази?

а) у 6 раз

б) \* у 9 раз

в) у 3 рази

3) Знайти об'єм кулі з радіусом 3 см.

а)  $27\pi \text{ см}^2$ .

б)  $18\pi \text{ см}^2$

в) \*  $36\pi \text{ см}^2$

- 4) У циліндра та конуса однакові висота і радіус. Яка фігура має більший об'єм?
- а) \* циліндр      б) конус      в) об'єми рівні
- 5) Формула об'єму кульового сегмента має вигляд
- а)  $\pi h^2(h - \frac{R}{3})$       б)  $\pi R^2(R - \frac{H}{3})$       в) \*  $\pi h^2(R - \frac{H}{3})$
- 6) Що позначають буквою R у формулі об'єму кульового сектору  $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$  ?
- а) \* радіус кулі      б) висоту сегменту      в) радіус кульового сегменту
- 7) Виразити радіус конуса через площу бічної поверхні і твірну.
- а)  $\frac{\pi L}{S}$       б) \*  $\frac{S}{\pi L}$       в)  $S\pi L$
- 8) Чим є осьовий переріз конуса?
- а) Прямокутним трикутником      б) \* Рівнобедреним трикутником  
в) Різностороннім трикутником.
- 9) Твірна конуса – 5 см, висота – 4 см. Знайти його об'єм.
- а) \*  $12\pi \text{ см}^3$       б)  $16\pi \text{ см}^3$       в)  $36\pi \text{ см}^3$
- 10) Осьовий переріз циліндра – квадрат зі стороною 6 см. Знайти його об'єм.
- а)  $216\pi \text{ см}^3$       б)  $96\pi \text{ см}^3$       в) \*  $54\pi \text{ см}^3$
- 11) Як зміниться об'єм конуса, якщо його висоту збільшити у 2 рази, а радіус зменшити у 2 рази?
- а) збільшиться у 2 рази      б) не зміниться      в) \* зменшиться у 2 рази
- 12) Твірна конуса 6 см, кут при вершині осьового перерізу  $60^\circ$ . Знайти об'єм конуса.
- а)  $45\pi \text{ см}^3$       б) \*  $9\sqrt{3} \text{ см}^3$       в)  $3\sqrt{3}\pi \text{ см}^3$

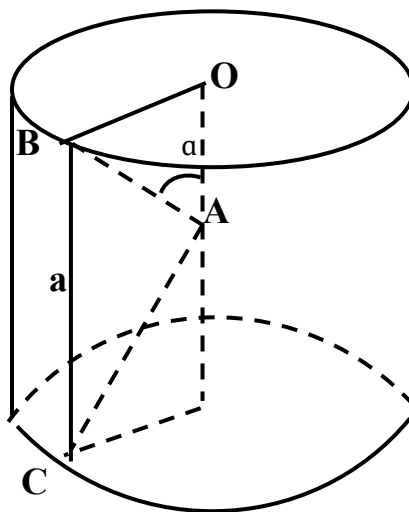


## VI. Конкурс капітанів .

Капітани розв'язують біля дошки запропоновані задачі. Максимальна кількість балів у конкурсі – 12 балів.

**Задача 1.** Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням трикутника ABC навколо осі, що проходить через вершину A і паралельна стороні BC. Якщо  $BC = a$ , проекція BA на вісь обертання дорівнює  $d$  і кут між AB та віссю обертання дорівнює  $\alpha$ .

**Розв'язання.**



Тіло обертанням є циліндром, з якого вилучено два конуси. Його об'єм:

$$V = V_{\text{ц}} - V_{\text{к1}} - V_{\text{к2}} = \pi R^2 H - \frac{1}{3} \pi r^2 H_1 - \frac{1}{3} \pi r^2 H_2 =$$

$$\pi R^2 H - \frac{1}{3} \pi r^2 (H_1 + H_2) = \pi R^2 H - \frac{1}{3} \pi r^2 H = \frac{2}{3} \pi R^2 H, \text{ де } R = BO, H = BC$$

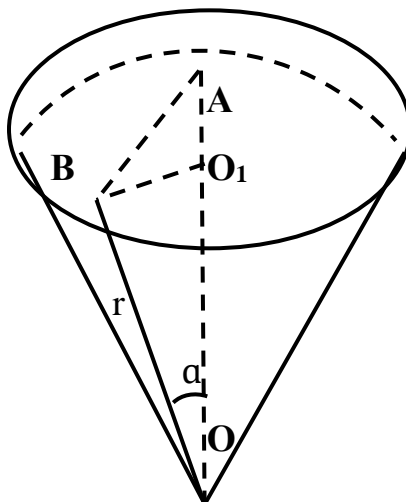
З трикутника BOA ( $\angle O = 90^\circ$ ):  $OB = OA \operatorname{tg} \alpha = d \operatorname{tg} \alpha$ .

$$\text{Тоді } V = \frac{2}{3} \pi a d^2 \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

$$\text{Відповідь: } V = \frac{2}{3} \pi a d^2 \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

**Задача 2.** Радіус кругового сектора AOB дорівнює  $r$ , дуга AOB дорівнює  $\alpha$ . Сектор обертається навколо радіуса OA. Знайти об'єм тіла обертання.

### Розв'язання.



Тіло обертання є кульовим сектором. Його об'єм знаходимо за формулою

$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H, \text{ де } R = AO = r - \text{радіус кулі, } H = AO_1.$$

З трикутника  $BOO_1$  ( $\angle O_1 = 90^\circ$ );  $OO_1 = OB \cos \alpha = r \cos \alpha$ .

Тоді  $AO_1 = AO - OO_1 = r - r \cos \alpha = r (1 - \cos \alpha)$ .

$$\text{Отже, } V = \frac{2}{3} \pi R^3 (1 - \cos \alpha) = \frac{4}{3} \pi R^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Відповідь: } V = \frac{4}{3} \pi R^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

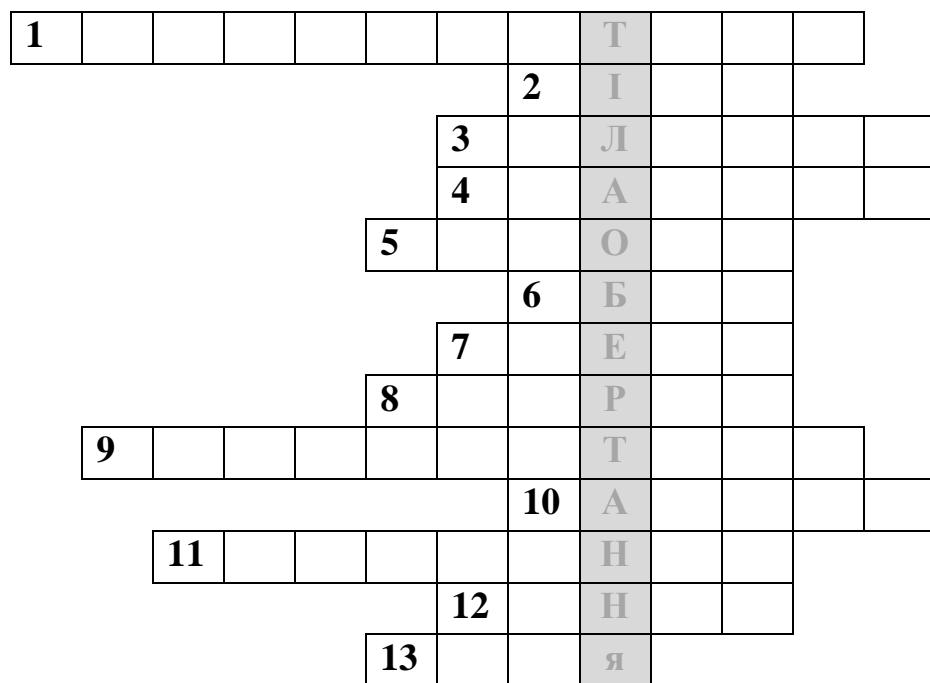
### VII. Конкурс « Розв'яжи кросворд».

У той час, коли капітани виконують завдання, інші учасники команд розв'язують кросворд (Додаток 2). Команда, що справляється першою отримує 5 балів, друга 4 бали.

#### Кросворд

1. Розділ геометрії, який вивчає фігури у просторі.
2. Пряма, що проходить через вершину і центр основи конуса.
3. Тіло, яке складається із двох кругів, що не лежать в одній площині і суміщаються паралельним перенесенням, і всіх відрізків, що сполучають відповідні точки цих кругів.

4. Відрізок, що сполучає дві точки кульової поверхні та проходить через центр кулі.
5. Перпендикуляр, опущений з вершини конуса на площину його основи.
6. Додатна величина, що характеризує просторове тіло.
7. Так інакше називають кульову поверхню.
8. Відрізок, що сполучає вершину конуса з довільною точкою кола основи.
9. Фігура, що є розгорткою бічної поверхні циліндра.
10. Відрізок, що сполучає центр кулі з довільною точкою його поверхні.
11. Фігура, що є осьовим перерізом конуса.
12. Тіло. Що складається з круга, точки, яка не лежить у площині цього круга, і всіх відрізків, що сполучають дану точку з усіма точками круга.
13. Тіло, що складається з усіх точок простору, які знаходяться від даної точки на відстані, не більшій заданій.



**Відповіді :** 1. Стереометрія. 2. Вісь. 3. Циліндр. 4. Діаметр. 5. Висота. 6. Об'єм. 7. Сфера. 8. Твірна. 9. Прямокутник. 10. Радіус. 11. Трикутник. 12. Конус. 13. Куля.

У виділеному стовпці утвориться фраза «Тіла обертання»

### **VIII. Підсумок уроку.**

Журі підбиває підсумки, оголошує переможців, нагороджує найкращих учасників КВК.

## Список використаної літератури

1. Шкільний світ, Всеукраїнські газети , газета математика, м. Київ, 2008р.
2. Бабенко С. П. , Усі уроки геометрії. 11 клас. Академічний рівень.- Харків, 2012.-299, с.
3. Бурда М. І., Математика: підруч. 11 кл. Рівень стандарту, Київ. 2010.- 288с.
4. Старова О. О., Геометрія. 10 клас. Рівень стандарту.- Харків, 2010.- 104 с.- (Серія «Мій конспект»).
5. <http://journal.osnova.com.ua/>
6. [http://www.matematuka.inf.ua/perioduka2/mat\\_v\\_ykr\\_18/](http://www.matematuka.inf.ua/perioduka2/mat_v_ykr_18/)
7. <https://formula.co.ua/uk/content/solid-of-revolution.html>.

Таблиця для оцінювання

<b>№ з/п</b>	<b>Конкурс</b>	<b>Бали</b>	<b>Команда 1</b>	<b>Команда 2</b>
1	<b>Представлення команд</b>	1 -5 б.		
2	<b>Розминка</b>	1 – 2 б.		
3	<b>Хто швидше</b>	1 -2 б.		
4	<b>Двобій між командами</b>	1 б. Сума /5		
5	<b>Конкурс капітанів</b>	1 – 12 б.		
6	<b>Розв'яжи кросворд</b>	4 -5 б.		
<b>Підсумок</b>				

## Кросворд

