Бровді Марія Юріївна,
викладач математики.
Освіта: вища, Ужгородський державний університет, 1984 рік
Стаж роботи у ВПУ №34 на посаді - 30 років

Технологія навчання як дослідження при викладанні математики

Педагогічна технологія навчання як дослідження (дослідницька технологія) являє собою узагальнення всіх накопичених напрацювань запровадження дослідницьких методів у навчанні. Упровадження цієї технології відкриває можливості забезпечити освіченість, розвиток і виховання учнів відповідно до вимог, що визначаються сучасним рівнем розвитку суспільства з точки зору науково-технічного й соціального прогресу до особистості, здатної й підготовленої до активного, позитивно-творчого осмислення й перетворення світу.

Використання технології навчання як дослідження припускає можливість:

1) визначати мету і зміст навчальних досліджень з математики;

2) добирати завдання і визначати характер дослідницької практики учнів залежно від професії.

Для технології навчання як дослідження є актуальним визначення основних компонентів навчально-дослідницької діяльності учня та рівнів мотивації. Для низького, споглядального рівня мотивації характерно, що учня приваблюють лише яскраві факти й ефектні демонстраційні досліди. Для споглядально-діяльнісного рівня мотивації характерним є спрямованість й зацікавленість вирішенням нескладних дослідницьких завдань, установленням причинно-наслідкових зв'язків між ними. Вищим є діяльнісний, діяльнісно-дослідницький і дослідницькій рівні мотивації.

Узагальнена модель навчання дослідження полягає в послідовній реалізації таких етапів:

- зіткнення з проблемою (відбувається осмислення протиріччя, що стає причиною для проведення міні-дослідження);
- збирання даних - "верифікація" (на даному етапі відбувається збирання всіх відомих теоретичних фактів, що можуть бути використані для побудови теоретичного пояснення певного явища чи формулювання гіпотези дослідження);

- збирання даних експерименту (передбачається безпосереднє проведення експериментального дослідження за планом, складеним на попередньому етапі проведення експерименту);
- побудова пояснення (отримані експериментальні дані потребують ґрунтовного аналізу й узагальнення з точки зору їх імовірності й вірогідності для формулювання потрібних дослідникові висновків);
- аналіз перебігу дослідження (отримані експериментальні дані також перевіряються на предмет визначення їх вірогідності – дослідник оцінює розміри похибки, адекватність проведених процедур та отриманих результатів);
- висновки (пересвідчились у вірогідності отриманих експериментальних даних, учень переходить до формулювання висновків, виходячи з робочої гіпотези дослідження та отриманих результатів експерименту).

Основу моделювання процесу наукового дослідження складає система понять, означень, правил, дидактичних засобів та методичних прийомів. Реалізація технології відбувається через проведення уроків-досліджень, дослідницьких практикумів, позаурочної дослідницької діяльності.

Мета уроку-дослідження: розвивати в учнів уміння та навички, необхідні для вирішення нестандартних завдань, що зумовлені змістом уроку, навички самостійного пошуку шляхів з'ясування істини, самостійного здобування нової інформації.

В своїй практиці часто використовую елементи уроків, що реалізують дослідницький метод. Готуючись до уроку, в залежності від мети, застосовую метод викладу великими блоками або конкретно-індуктивний (від конкретних прикладів до абстрактної теорії).

Формування конструктивних умінь та оволодіння загальними підходами щодо пошуку способів розв'язування запропонованих задач – це мета моєї роботи з учнями

Результат використання дослідницької технології на уроках математики бачу в тому, що учні самостійно:

- встановлюють зв'язок між теорією та практикою залежно від професії;
- аналізують умову задачі;
- висувають декілька способів розв'язування , обґрунтовуючи їх;
- складають задачі початкового та середнього рівня складності.

Методична розробка уроку з алгебри і початків аналізу

Тема програми. **Похідна та її застосування.**

Тема уроку. **Найбільше і найменше значення функції**

Мета уроку.

навчальна: поглибити знання учнів про алгоритм знаходження найбільшого і найменшого значень функції та закріпити навички практичного застосування отриманих знань під час розв'язування задач;

розвивальна: розвивати навички самоконтролю та взаємоконтролю, логічне мислення, пам'ять, вміння аналізувати ситуацію; творчі здібності та пізнавальну активність;

виховна: виховувати наполегливість і відповідальність, допитливість, уважність, вміння працювати разом.

Тип уроку: комбінований

Матеріально-технічне забезпечення та дидактичні засоби:

підручники, таблиця «Похідна», роздатковий матеріал, комп'ютерна презентація.

Всьому свій час, всьому жорстока міра.
Спіраль життя до дивного проста.
У всякій вірі є своя зневіра,
А із невіри – віра пророста.

ХІД УРОКУ

1. ***Організаційна частина (***привітання, перевірка присутності учнів, поділ на групи)

2. ***Перевірка домашнього завдання .***

У кінці уроку учні здають реферати і збираються зошити з домашнім завданням.

3. ***Мотивація навчальної діяльності***

Чи не задумувались ви, чому людину цікавлять крайнощі, чому розумна істота не може задовольнитись золотою серединою. На мою думку, до цього спонукає інтерес, жадоба пізнання. Саме вивчення екстремальних, критичних ситуацій призводить спочатку до гіпотези, а пізніше – до наукового факту.

4. *Повідомлення теми і мети уроку*

Найбільше і найменше значення функції

Актуалізація опорних знань (у кожного учня є картка самоконтролю, де він за участь у кожному етапі уроку виставляє собі оцінку)

Для того, щоб приступити до вивчення сьогоднішньої теми необхідно повторити теоретичний матеріал.

Бліц-опитування **(10хв (**3 - 4хв на розв'язання та по 2хв на відповідь-аналіз)**)**

Робота в групах (три групи).

Оцінювання (*кожне правильно виконане завдання - 1бал*)

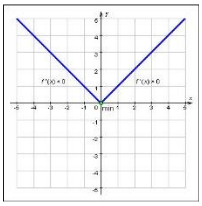
- Тестова форма *«Незакінчене речення»* додаток 1
- Тестова форма *«Знайди помилку»* додаток 2
- Розв'язати *кросворд* додаток 3

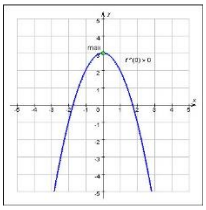
Підводиться підсумок цього етапу уроку. Таким чином ви повторили весь теоретичний матеріал, щоб сприймати нову інформацію

5. *Вивчення нового матеріалу*

Для учнів розроблено роздатковий матеріал **«опорний конспект»**

1. Правило обчислення найбільшого і найменшого значення функції на відрізку (*читання графіків*)





Звичайно знаходження найбільшого і найменшого значення за графіком очевидне і легке завдання.

***Проблемна ситуація*:** як же бути у випадку, коли графік відсутній і складно його побудувати? Як, використовуючи похідну, знайти найбільше і найменше значення? (*задати функції формулами і встановити можливі закономірності «від простого до складного»)*

1. Алгоритм знаходження найбільшого і найменшого значення функції (*читання алгоритму*)

Аналіз розв'язку вправи (картки з завданнями **Завдання 1** *)*

Виконати записи в зошит

Завдання 1 Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x + e^{-x}$ на відрізку [-1; 2].

Розв'язання:

Знайдемо значення функції в точках x = -1 та x = 2:

$f(-1) = -1 + e^{-(-1)} = e - 1 \approx 1{,}72, \quad f(2) = 2 - e^{-2} = 2 - \frac{1}{e^2} \approx 1{,}86$.

Знайдемо *f'(x)*: $f'(x) = (x + e^{-x})' = 1 - e^{-x}$. Знайдемо стаціонарні точки:

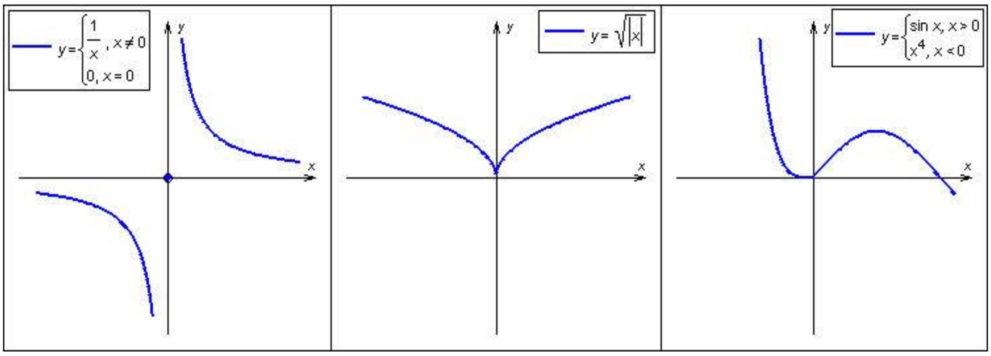
$f'(x) = 0;\ 1 - e^{-x} = 0;\ e^{x} = 1;\ x = 0.$

Знайдемо значення функції в точці x = 0: $f(0) = 0 + e^0 = 1.$

Із чисел $f(-1) \approx 1{,}72$; $f(2) \approx 1{,}86$ та $f(0) = 1$ вибираємо найбільше та найменше.

Відповідь: $f_{найб.} = f(2) \approx 1{,}86$; $f_{найм.} = f(0) = 1$.

Провести підсумок виконаної роботи (за графіками).



Точки, які не є точками перегину: точка розриву, точка повернення, кутова точка

1. Алгоритм розв'язування текстової задачі на знаходження найбільшого і найменшого значення за допомогою похідної (*читання алгоритму*)

Аналіз розв'язку вправи (картки з завданнями **Завдання 2** *)*

Виконати записи в зошит. При розв'язуванні завдання повторюємо пункти алгоритму.

Завдання 2. Число 4 розбийте на два доданки так, щоб сума першого доданку з квадратом другого була найменшою.

Розв'язання:

Нехай 1-й доданок ***x***, тоді 2-й - ***(4 - x)***. За умовами задачі складаємо функцію $f(\mathrm{x}) = \mathrm{x} + (4 - \mathrm{x})^2 = \mathrm{x} + 16 - 8\mathrm{x} + \mathrm{x}^2 = \mathrm{x}^2 - 7\mathrm{x} + 16$

Дослідимо функцію $f(\mathrm{x}) = \mathrm{x}^2 - 7\mathrm{x} + 16$ на екстремуми.

$D\big(f(x)\big) = R;$

$f'(\mathrm{x}) = (\mathrm{x}^2 - 7\mathrm{x} + 16)' = 2\mathrm{x} - 7,$

$f'(\mathrm{x}) = 0,\ 2\mathrm{x} - 7 = 0,\ 2\mathrm{x} = 7.$

$\mathrm{x} = \frac{7}{2} = 3{,}5$ - критична точка

$f_{min}(3{,}5) = 3{,}5 + 0{,}25 = 3{,}75$

оскільки x = 3,5 – єдина точка мінімуму, то в цій точці функція набуває найменшого значення. Отже, шукані числа 3,5 і 0,5

Відповідь: 3,5; 0,5.

6. Узагальнення набутих знань

Задачі економічного змісту (реферати учнів)

Прийом «Крок до майстерності»

1) Ключові задачі з економіки (*тема і умова задачі*)

Цікава задача з розв'язком (*презентація учнем власного розв'язання задачі*)

Записати формули, використані при розв'язуванні ключових задач з економіки

Прийом «Крок до майстерності»

Задача. Концентрація ліків у крові хворого через t секунд після ін'єкції задається формулою

$$\mathrm{C}(\mathrm{t}) = \frac{16t}{(10t - 20)^2}$$

Знайти максимальну концентрацію і час, коли вона досягається.

(Один учень розв’язує задачу на тій стороні дошки, яка невидна учням, а решта учнів самостійно розв’язують задачу у зошитах. Умова задачі пропонується учням на слайді).

Розв’язання:

$$C'(t) = \frac{16(10t-20)^2 - 2(10t+20)10 \cdot 16t}{(10t-20)^4} =$$

$$= \frac{16(10t+20)(10t+20-20t)}{(10t-20)^4} =$$

$$= \frac{16(10t+20)(20-10t)}{(10t-20)^4} = \frac{16(20-10t)}{(10t-20)^3}$$

$$\frac{16(20-10t)}{(10t-20)^3} = 0$$

Звідси, *t=2 сек, C(2)=0,02*

Презентація учнем власного розв’язання задачі «Крок до майстерності»

Аналіз розв’язку задачі економічного змісту

Задача

Залежність між витратами виробництва ***y*** і обсягом продукції ***x***, що випускається, визначається функцією y = 50x – 0,05x^3 (грош. од.). Визначити середні та граничні витрати за умови, що обсяг продукції 10 одиниць.

Розв'язання:

Функція середніх витрат (на одиницю продукції) виражається відношенням

$$y_{сер}(x) = \frac{y}{x} = 50 - 0{,}05 \cdot x^2$$

При x=10 середні витрати (на одиницю продукції) дорівнюють $y_{\text{сер}}(10) = 50 - 0{,}05 \cdot 10^2 = 45$ (грош. од.). Функція граничних витрат виражається похідною y'(x) = 50 – 0,15x^2 ; при x = 10 граничні витрати складають y'(10) = 50 – 0,15·10^2 =35 (грош. од.). Отже, якщо середні витрати на виробництво одиниці продукції складають 45 грош. од., то граничні витрати, тобто додаткові затрати на виробництво додаткової одиниці продукції за умови даного рівня виробництва (обсягу продукції, що випускається 10 од.), складають 35 грош. од.

Задача. (*усно*) Задайте рівнянням функцію для розв'язання задачі

Визначити розміри такого відкритого басейну з квадратним дном і об'ємом V= 64м^3, щоб на облицювання його дна і стін було витрачено найменшу кількість матеріалу.

Розв'язання:

Нехай сторона квадрата, який лежить у основі басейна ***x*** *м*, а його площа $\boldsymbol{x^2}$ $м^2$. Тоді висота басейна дорівнює $\frac{64}{x^2}$ *м.* Площу дна і стін можна обчислити за формулою:

$$S = x^2 + 4x \cdot \frac{64}{x^2}.$$

Звідси $S = x^2 + \frac{256}{x}$, що і треба було знайти.

7. Підсумок уроку

Підсумок уроку проводиться у формі інтерактивної гри **«Мікрофон».**

Уявіть собі, що до вас завітав журналіст газети «Новини училища», який хоче написати, що нового і цікавого ви дізналися на уроці. Прохання дати відповіді на такі запитання,тримаючи в руках перехідний мікрофон.

1. Над якою темою працювали на уроці?
2. Що нового дізналися при вивченні даної теми?
3. Чого навчилися, готуючи матеріал?
4. Що складного було на уроці?
5. Чим запам'ятався урок?
6. Де зможете застосувати одержану інформацію?

Оцінювання роботи учнів на уроці за картками самоконтролю

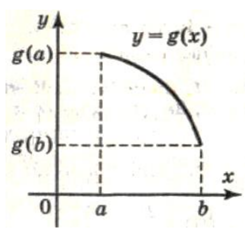
8. Домашнє завдання: Шкіль М.І. Алгебра і початки аналізу 10-11 клас:§4, запит. для повторення № 12-14, вправа № 3-7, с.365

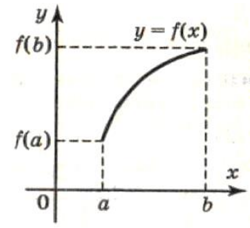
Додаток 1

Опорний конспект

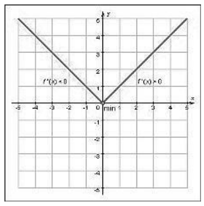
1. Правило обчислення найбільшого найменшого значення функції на відрізку

Розглянемо рисунки, на яких зображено графіки функції $y = f(x)$ і $y = g(x)$, заданих на відрізку $[a;b]$. Функція $y = f(x)$ зростає, а функція $y = g(x)$ спадає. На відрізку $[a;b]$ найменше значення функції



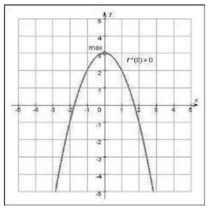


$y = f(x)$ дорівнює $f(a)$, а найменше значення функції $y = g(x)$ дорівнює $g(b)$. Відповідно найбільші значення цих функції на даному відрізку дорівнюють $f(b)$ і $g(a)$. Отже, якщо функція неперервна і зростає (спадає) на деякому відрізку, то найбільше і найменше значення функція набуває на кінцях цього відрізка.



Наприклад.

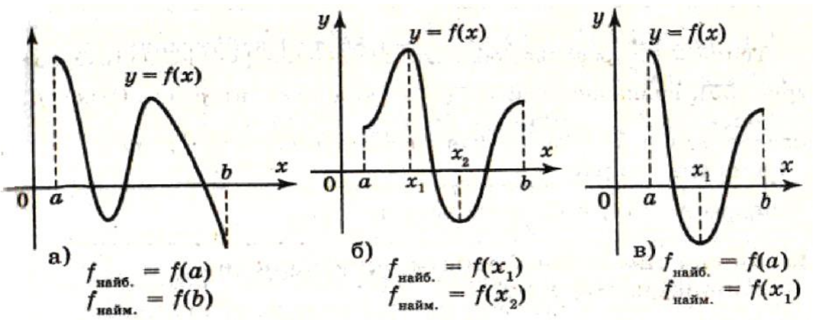
1. Похідна функції $f(x) = |x|$ дорівнює **-1** при від’ємних $\boldsymbol{x}$ і **+1** при додатних $\boldsymbol{x}$. Функція $|x|$ досягає в точці $x_0 = 0$ свого мінімуму.



2. Розглянемо функцію $f(x) = -x^2 + 3$. У точці $x_0 = 0$ перша похідна її $f'(x_0) = -2x_0 = 0$, а друга похідна $f''(x_0) = (-2x)' = -2 < 0$.

Функція $-x^2 + 3$ досягає в точці $x_0 = 0$ свого максимуму.

Розглянемо рисунок, на якому зображено графіки трьох функцій



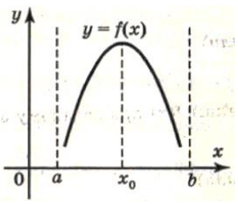
Аналіз цих графіків свідчить, що найбільше і найменше значення неперервних і диференційованих на проміжку $[a;b]$ досягаються цими функціями або на кінцях відрізка або в стаціонарних точках. Отже, неперервна і диференційована функція на заданому відрізку приймає найбільше і найменше значення в стаціонарних точках або на кінцях відрізка.

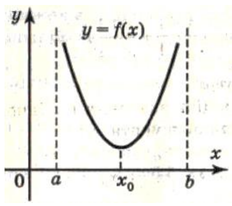
Таким чином, якщо функція $y = f(x)$ неперервна на відрізку $[a;b]$ і має похідну в кожній внутрішній точці цього відрізку, то для знаходження найбільшого і найменшого значень функції на відрізку $[a;b]$ треба:

- знайти значення функції на кінцях проміжку, тобто числа $f(a)$і $f(b)$;
- знайти значення функції в тих стаціонарних точках, які належать інтервалу $(\boldsymbol{a};\boldsymbol{b})$;
- із знайдених значень вибрати найбільше і найменше значення.

При розв'язуванні деяких задач потрібно знаходити найбільше або найменше значення функції не на відрізку, а на інтервалі.

В практичних задачах функція $f(x)$ має на заданому інтервалі тільки одну стаціонарну точку: або точку максимуму, або точку мінімуму. У цих випадках у точці максимуму функція $f(x)$ приймає найбільше значення, а в точці мінімуму – найменше значення на даному інтервалі.





2. Алгоритми знаходження найбільших і найменших значень.

- Знайти стаціонарні точки функції на [a; b];
- Обчислити значення функції в стаціонарних точках;
- Обчислити значення функції в точках ***a*** і ***b***;
- Вибрати найбільше і найменше значення серед усіх знайдених.

3. Алгоритм розв'язування текстової задачі на знаходження найбільшого і найменшого значення за допомогою похідної:

- *ввести змінну х;*
- *визначити проміжок зміни х, враховуючи умову задачі;*
- *скласти формулу для функції від х, найменше чи найбільше значення якої потрібно визначити;*
- *знайти похідну цієї функції;*
- *обчислити критичні точки функції;*
- *обрати ті критичні точки, що належать проміжку для х;*
- *обчислити значення функції в критичних точках, що лежать всередині проміжку і на його кінцях;*
- *встановити вид екстремуму в критичних точках всередині проміжку за допомогою достатньої ознаки екстремуму;*
- *з усіх одержаних значень вибрати найменше або найбільше;*
- *записати відповідь.*

КАРТКА

самоконтролю учня _____________________

№	Макс. кільк.балів	Отрима в балів	Вид діяльності	Вид завдання	Форма роботи
1	6 б *(1б за1відп.)* 0 б -1б		розв'язав правильно допускав помилки розв'язав неправильно	*«Незакінчене речення»* *«Знайди помилку»* Розв'язати *кросворд*	Робота в групах
3	4 б 4 б		тема і умова задачі цікава задача з	реферат	«Крок до майстерності»

	4б		розв'язком формули ключових задач		
3	1 б		обговорення уроку	Усна відповідь	Інтерактивна гра «Мікрофон»

Додаток 2

Тестова форма «Незакінчене речення».

Завдання (кожне правильно виконане завдання - 1бал)

- Функція – це правило, за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної з множини *X* можна знайти …
- Точки максимуму та мінімуму називають …
- Критичні точки функції – це значення аргументу, при якому значення похідної функції дорівнює …
- Функція зростаюча, якщо для будь-якого x з області визначення виконується умова …
- Областю визначення функції називають множину всіх значень …
- Проміжок, на якому похідна функція набуває значень зі знаком « - », називають проміжком …

Варіанти відповідей:

- *яких набуває аргумент*
- *нулю або не існує*
- *спадання*
- *єдине значення залежної змінної*
- $f'(x) > 0$
- *екстремуми функції*

Самоперевірка (учні виконують записи в зошитах і мають можливість виправити помилки)

Тестова форма «Незакінчене речення» (відповіді)

- Функція – це правило, за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної з множини *X* можна знайти (*єдине значення залежної змінної*).
- Точки максимуму та мінімуму називають (*екстремуми функції*)
- Критичні точки функції – це значення аргументу, при якому значення похідної функції дорівнює (*нулю або не існує*)
- Функція зростаюча, якщо для будь-якого x з області визначення виконується умова ($f'(x) > 0$)
- Областю визначення функції називають множину всіх значень (*яких набуває аргумент*)
- Проміжок, на якому похідна функція набуває значень зі знаком « - », називають проміжком (*спадання*)

Додаток 3

Тестова форма «Знайди помилку». *(відповідь **«так»** або **«ні»**)*

Завдання (кожне правильно виконане завдання - 1бал)

- Похідна функції $y = \frac{x^3}{x}$ дорівнює 1.
- Нулями функції $y = \frac{x^2+x-6}{x+3}$ є точки x = -3 і x = 2
- Областю визначення функції $y = \frac{x^2+4x+4}{x+2}$ є (-∞; -2)(-2; +∞)
- Критичні точки функції $y = \sqrt{x^2 - 4}$ є точка x = 2 (ні, x = 2, x = -2)
- Функція $y = \sqrt{x} + 2$ зростає на всій області визначення
- Функція $y = \sqrt{x^2 - 1}$ має екстремум в точці x=0. (ні бо(-∞; -1)∪(1; +∞))

Самоперевірка (учні виконують записи в зошитах і мають можливість виправити помилки)

Відповіді

***Тестова форма «Знайди помилку»** (відповідь **«так»** або **«ні»**)*

- Похідна функції $y = \frac{x^3}{x}$ дорівнює 1. ***«так»***
- Нулями функції $y = \frac{x^2+x-6}{x+3}$ є точки x = -3 і x = 2 (**ні**, x≠ -3)
- Областю визначення функції $y = \frac{x^2+4x+4}{x+2}$ x є (-∞; -2)(-2; +∞) ***«так»***
- Критичні точки функції $y = \sqrt{x^2-4}$ є точка x = 2 (**ні**, x = 2, x = -2)
- Функція $y = \sqrt{x} + 2$ зростає на всій області визначення ***«так»***
- Функція $y = \sqrt{x^2-1}$ має екстремум в точці x=0. (**ні**, бо(-∞; -1)∪(1; +∞))

Додаток 4

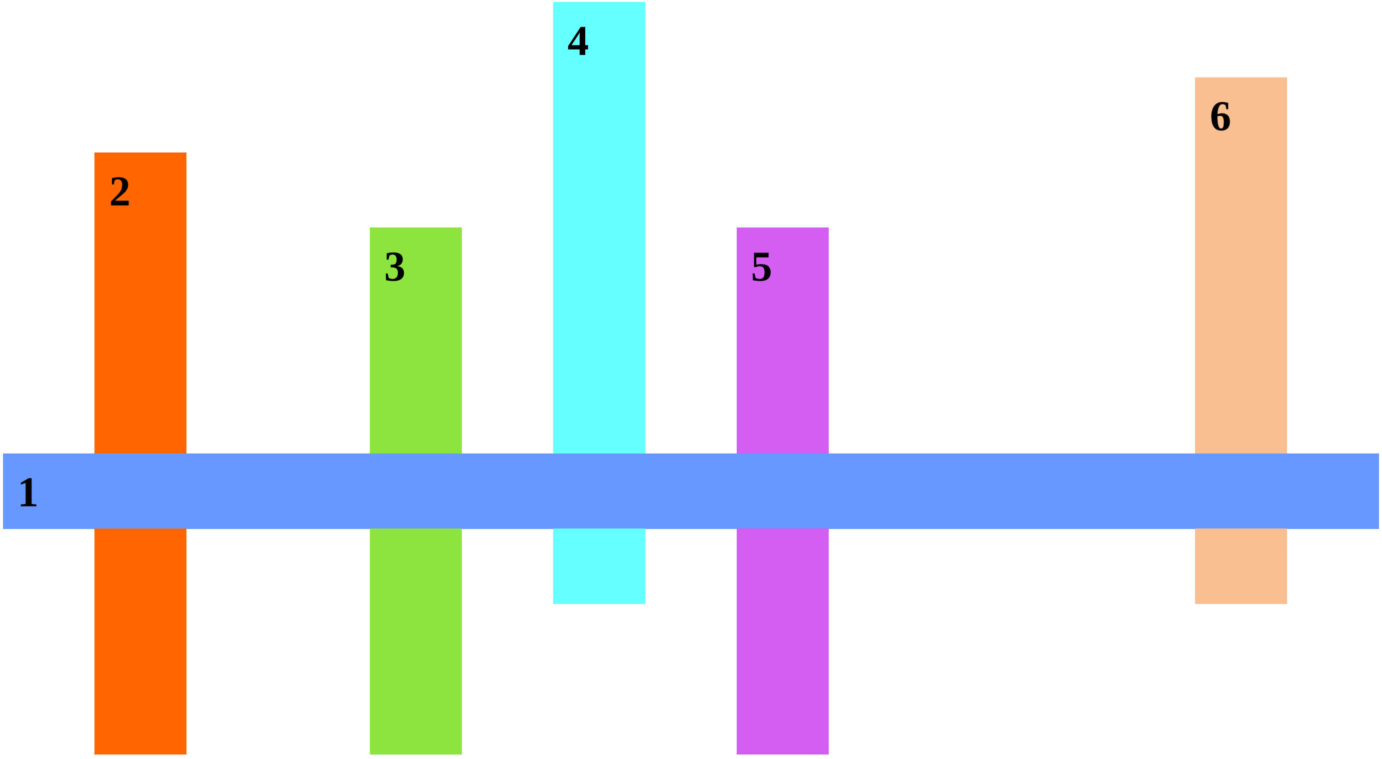
Розв'язати кросворд.

Питання:

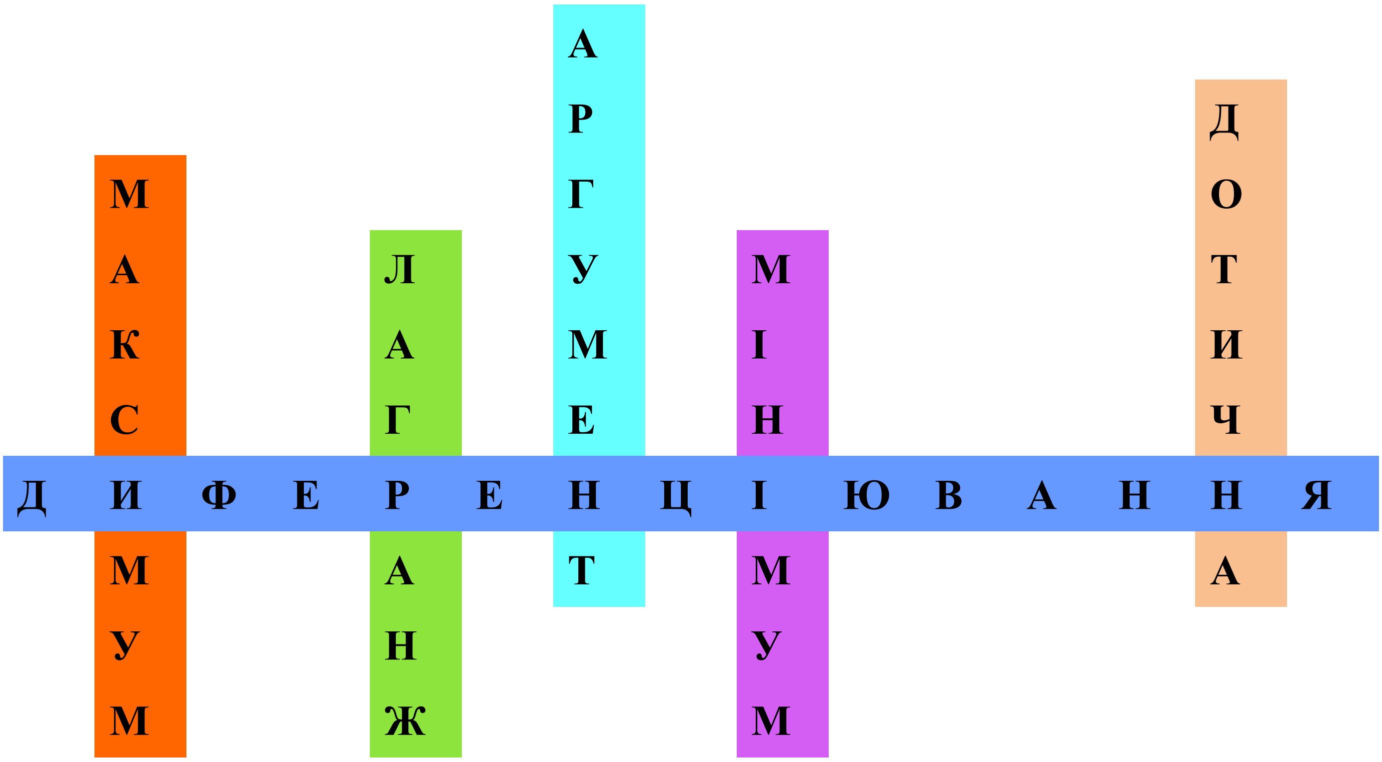
1. Як називається знаходження похідної данноі функції f ?
2. Як називається точка, в якій похідна змінює знак з «+» на «-» ?
3. Прізвище вченого, що ввів термін «*похідна*»?
4. Як називається змінна *x* в заданій функції y = - 3x + 4?
5. Як називається точка, в якій похідна змінює знак з «-» на «+» ?
6. Як називається пряма, проходить через точку (x_0; $f(x_0)$) і має кутовий коефіцієнт $f'(x_0)$?

Самоперевірка (учні виконують записи в зошитах і мають можливість виправити помилки)

Кросворд



Відповіді до кросворду



Використані джерела

1. Шкіль М.І.Алгебра і початки аналізу 10 – 11 кл. – К.,2001.
2. Нелін Є.П.Алгебра і початки аналізу 11 кл. – Х., 2011.
3. Кравчук В.Алгебра і початки аналізу 10 кл. – Т., 2008.
4. А.Г.Мерзляк, Д.А.Номіровський, В.Б. Полонський, М.С.Якір. Алгебра. 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень. – Х.: Вид-во «Гімназія», 2011. – 445 с.
5. Бухвалов В.А. Методики і технології освіти. - Рига, 1994.